

8. cvičení - Integrály - základy, per partes, substituce

☛☛☛ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtete následující integrály a určete maximální množinu existence.

- | | |
|--|---|
| (a) $\int \sin^2 x + \cos^2 x \, dx$ | (f) ☛☛☛ $\int (x+1)^2 + \cos \frac{x}{2} + \frac{7}{x} \, dx$ |
| (b) ☛☛☛ $\int 5x^7 + \frac{9}{x^2} \, dx$ | (g) $\int (2-x)^4 - \frac{1}{1+x^2} \, dx$ |
| (c) $\int \sqrt{x} + e^{2x} \, dx$ | (h) $\int \frac{x^3+4x+1}{2\sqrt{x}} \, dx$ |
| (d) ☛☛☛ $\int 2 \sin 3x + e^{-x} + 4 \, dx$ | (i) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ |
| (e) $\int x^{\frac{1}{5}} - \frac{2}{x^3} \, dx$ | |

Příklad 2 (Integrace per partes). Spočtete následující integrály a určete maximální množinu existence.

- | | | |
|--|-----------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $\int 2xe^{-x} \, dx.$ | (d) ☛☛☛ $\int e^x \cos x \, dx.$ | (g) $\int \sqrt{x} \log^2 x \, dx.$ |
| (b) $\int x \sin x \, dx.$ | (e) ☛☛☛ $\int x \arctan x \, dx.$ | (h) $\int \log^2 x + \log x^2 \, dx.$ |
| (c) $\int (3x^3 + x^2 + 1)e^{3x} \, dx.$ | (f) $\int x^2 \log x \, dx.$ | (i) $\int \sin(\log 2x) \, dx.$ |

Příklad 3 (Substituce). Spočtete následující integrály a určete maximální množinu existence.

- | | | |
|---------------------------------------|--|---|
| (a) $\int (3x-2)^6 \, dx.$ | (d) $\int \frac{x}{(x^2+1)^2} \, dx.$ | (g) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan^3 x} \, dx.$ |
| (b) $\int \sin(2x+1) \, dx.$ | (e) ☛☛☛ $\int -\frac{1}{\sqrt{8-3x^2}} \, dx.$ | (h) ☛☛☛ $\int \frac{1}{1+\sqrt{x-1}} \, dx.$ |
| (c) $\int \frac{1}{(x+1)^2+1} \, dx.$ | (f) $\int 3xe^{-x^2} \, dx.$ | (i) $\int \tan^5 x \, dx.$ |

Příklad 4 (Substituce, bez vz. řeš.). Spočtete následující integrály a určete maximální množinu existence.

- | | | |
|---|---|---|
| (a) $\int \sqrt{4x-1} \, dx.$ | (f) $\int \frac{e^x}{3+e^x} \, dx.$ | (k) $\int \sin^5 x \cdot \cos^4 x \, dx.$ |
| (b) $\int \frac{1}{2x+1} \, dx.$ | (g) $\int \frac{\sin x}{2+\cos x} \, dx.$ | (l) $\int \frac{\sin^3 x}{2-\cos x} \, dx.$ |
| (c) $\int \frac{1}{\sqrt{1-7x}} \, dx.$ | (h) $\int \cos^5 x \, dx.$ | (m) $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} \, dx.$ |
| (d) $\int \frac{\cos x}{\sin x} \, dx.$ | (i) $\int \frac{x}{2+x^4} \, dx.$ | (n) $\int \frac{1}{x\sqrt{x+x} \sqrt[5]{x^2}} \, dx.$ |
| (e) $\int \cos^4 x \cdot \sin x \, dx.$ | (j) $\int e^{2x} \arctan e^x \, dx.$ | (o) $\int \frac{x-1}{2\sqrt[3]{x+1}} \, dx.$ |



Příklad 5 (Mišmaš). Spočtěte následující integrály.

- | | | |
|---|--|--|
| (a) $\int \frac{1}{x^6} \sin \frac{1}{x^5} \, dx.$ | (i) $\int x^3 \cos x \, dx.$ | (q) $\int \frac{\log x}{x\sqrt{1+\log x}} \, dx.$ |
| (b) $\int x^3 \log 2x \, dx.$ | (j) $\int \frac{1}{5+2x^2} \, dx.$ | (r) $\int \frac{6x}{2+\sqrt[3]{x^2-3}} \, dx.$ |
| (c) $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x\sqrt{x}} \, dx.$ | (k) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^3 x}} \, dx.$ | (s) $\int \arcsin^2 x \, dx.$ |
| (d) $\int x^5 e^{-x^2} \, dx.$ | (l) $\int x^2 \arccos x \, dx.$ | (t) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} \, dx.$ |
| (e) $\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \, dx.$ | (m) $\int \frac{1+e^{2x}}{\sqrt{1+e^{2x}}} \, dx.$ | (u) $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1+x}{x-1}} \, dx.$ |
| (f) $\int \frac{e^{3x}-e^x+1}{e^x+1} \, dx.$ | (n) $\int \sqrt[5]{1-2x} \, dx.$ | (v) $\int \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x+\sqrt[6]{x^5}} \, dx.$ |
| (g) $\int \arcsin x \, dx.$ | (o) $\int \frac{1}{\sqrt{2-3x^2}} \, dx.$ | (w) $\int \frac{\cos x}{1+\sin x} \, dx.$ |
| (h) $\int \tan^2 x \, dx.$ | (p) $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx.$ | (x) $\int \frac{x^9}{\sqrt[5]{5x^5+5}} \, dx.$ |

